

ONDAS CINEMÁTICO-DINÁMICAS MIXTAS DESBANCADAS

Víctor M. Ponce

Profesor Emérito de Ingeniería Civil
Universidad Estatal de San Diego, California
poncevm@gmail.com

Introducción

En el modelamiento de ondas de inundación, a menudo la primera pregunta que se presenta es la siguiente: ¿Qué tipo de onda debo utilizar? Al respecto, observamos que las ondas cinemáticas y difusivas están ya bien establecidas en la práctica. Por otro lado, reconocemos que las ondas dinámicas de Lagrange no se prestan generalmente a aplicaciones de ondas de inundación. La pregunta persiste: ¿Qué tan buenas son las ondas cinemático-dinámicas mixtas postuladas en forma preeminente en la obra de Fread (1985)? Nos referimos específicamente a la solución numérica de las ecuaciones completas de St. Venant para resolver el flujo no permanente en canales abiertos en una dimensión espacial.

Durante los últimos cincuenta años, el enfoque que parece haber prevalecido en algunos sectores es el siguiente: "Olvidémosnos de los distintos tipos de ondas; utilicemos la solución completa de las ecuaciones de St. Venant en todas las aplicaciones y dejemos que la computadora haga los cálculos". Observamos que la teoría y la práctica han confirmado que este enfoque es generalmente fútil. La teoría indica todo lo contrario; además, las aplicaciones prácticas confirman la miopía de colocar todos los huevos en una sola canasta. En este trabajo, nos esforzamos por desacreditar la noción de que la onda cinemático-dinámica mixta debiera ser la única forma de modelar la propagación de ondas de inundación.

Nuestro objetivo es mostrar que el uso exclusivo de ondas mixtas es, en el mejor de los casos, inútil, y en el peor, incorrecto, siendo muy probable que lleve a pérdida de tiempo y recursos. En un esfuerzo por propiciar la claridad, en la siguiente sección enumeramos los diferentes tipos de ondas que se utilizan actualmente, a la vez que detallamos su naturaleza y propiedades.

Tipos de Ondas

En el flujo unidimensional no permanente en canales abiertos se utilizan generalmente los siguientes tipos de ondas: (1) cinemática; (2) difusiva; (3) mixta; y (4) dinámica. Las ondas cinemáticas excluyen los términos de inercia y gradiente de presiones; las ondas difusivas excluyen sólo los términos de inercia; las ondas mixtas no excluyen ningún término, y las ondas dinámicas excluyen los términos de fricción y gravedad (Tabla 1). Los términos excluidos no se consideran porque se asume que son demasiado pequeños para afectar materialmente las propiedades de la onda en cuestión.

Propiedades de las Ondas

Ponce y Simons (1977) han examinado detalladamente las propiedades de los diversos tipos de ondas (Figs. 1 y 2). Ellos utilizaron la teoría de la estabilidad lineal para determinar las funciones de celeridad y atenuación para las siguientes ondas: (1) cinemáticas, (2) difusivas, (3) mixtas, y (4) dinámicas. El elemento unificador es sin duda alguna el número de onda adimensional σ_* , definido multiplicando el número de onda aplicable ($2\pi/L$) por la longitud del canal de referencia L_0 , es decir, la longitud del canal que le tomaría al flujo de equilibrio perder una carga igual a su profundidad.

Tabla 1.- Tipos de ondas en el flujo unidimensional no permanente en canales abiertos.

N o.	Tipo de onda	Términos que participan en la descripción de la onda.				
		Inercia local	Inercia convectiva	Gradiente de presiones	Fricción	Gravedad
1	Cinemática				✓	✓
2	Difusiva			✓	✓	✓
3	Mixta	✓	✓	✓	✓	✓
4	Dinámica	✓	✓	✓		

Las ondas cinemáticas son las de Seddon (1900), mientras que las ondas dinámicas son las de Lagrange (1788). Las ondas cinemático-dinámicas mixtas, a las que aquí referimos simplemente como *ondas mixtas*, son aquellas que se encuentran hacia el centro-derecha del espectro del número de onda adimensional (Fig. 1). Estas ondas aparecieron en los modelos numéricos desarrollados a partir de la década de 1970 para resolver las ecuaciones completas de St. Venant; véase, por ejemplo, Fread (1985). Estos modelos han sido ampliamente denominados modelos de "ondas dinámicas", aunque lo inapropiado del nombre ha causado confusión con las ondas dinámicas de Lagrange (1788), establecidas desde hace más de dos siglos.

Las ondas difusivas se encuentran a la derecha de las ondas cinemáticas y a la izquierda de las ondas mixtas en el espectro del número de onda adimensional (Fig. 1). A diferencia de las ondas cinemáticas, que presentan difusión cero, las ondas difusivas tienen una cantidad de difusión pequeña pero medible. Sin embargo, esta difusión es pequeña en comparación con la de las ondas mixtas (Fig. 2). Observamos que la inclusión del término gradiente de presiones (Tabla 1) es directamente responsable por la difusión.

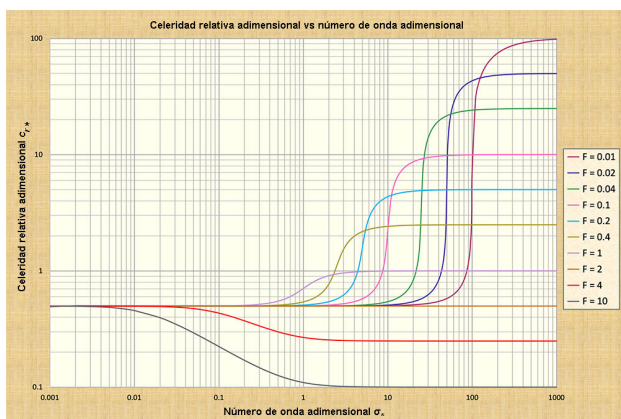


Figura 1.- Celeridad de onda relativa adimensional $c_{r,*}$ vs número de onda adimensional σ_* .

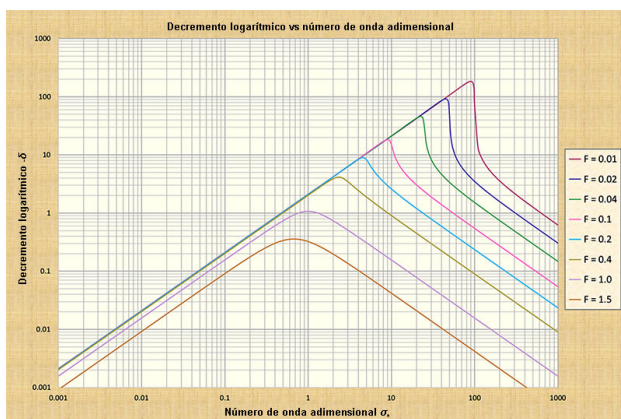


Figura 2.- Decremento logarítmico $-\delta$ vs número de onda adimensional σ_* .

La Figura 1 muestra que las ondas cinemáticas de Seddon, las cuales se encuentran hacia la izquierda del espectro del número de onda adimensional, presentan una celeridad constante y, por lo tanto, no son difusivas. Siguiendo el mismo razonamiento, las ondas dinámicas de Lagrange, situadas hacia la derecha, tampoco son difusivas. Sin embargo, las ondas mixtas, las cuales se encuentran hacia el centro-derecha y que muestran una celeridad altamente variable, son fuertemente difusivas. La cantidad de difusión, caracterizada por el decrecimiento logarítmico δ , varía con el número de Froude predominante (Fig. 2) (Wylie, 1966). Una mayor difusión corresponde a números de Froude más bajos, siempre que este último permanezca por debajo del valor umbral $F = 2$, aplicable para la fricción de Chezy en canales hidráulicamente anchos (Figs. 1 y 2).

Ondas Cinemáticas

De hecho, una onda cinemática puede considerarse como la onda de inundación *veritas*. La teoría nos dice que una onda cinemática no se atenúa. La experiencia práctica indicaría que si una onda se atenúa muy rápidamente, lo más probable es que no se trate de una onda de inundación. Matemáticamente, consideramos que la constancia de la celeridad de la onda, en un rango específico de pequeños números de onda adimensionales ($0,001 \leq \sigma_* \leq 0,01$), es una indicación segura de la presencia de una onda cinemática (Ponce y Simons, 1977). Las ondas cinemáticas se difusionan (atenúan) ya sea de forma imperceptible, o no se difusionan en absoluto. Sin embargo, pueden sufrir cambios de forma debido a no linealidad, siendo esta última un proceso por el cual diferentes caudales

(diferentes niveles de flujo) viajan con diferentes celeridades (Ponce y Windingland, 1985).

Ondas Difusivas

A diferencia de las ondas cinemáticas, las ondas difusivas están sujetas a una pequeña cantidad de difusión. Se encuentran inmediatamente a la derecha de las ondas cinemáticas en el espectro de números de onda adimensional, propiamente dentro del rango $0,01 \leq \sigma_* \leq 0,17$ (Fig. 1) (Ponce, 2024). El valor $\sigma_* = 0,01$ representa un 2,1% de difusión de ondas, ciertamente una cantidad relativamente pequeña, mientras que el valor $\sigma_* = 0,17$ representa un 30% de difusión. Este último se considera un límite (vale decir, un *umbral*) entre las ondas difusivas, a la izquierda, y las ondas mixtas, a la derecha (Natural Environment Research Council, 1975).

Las ondas de inundación típicas se difusionan un tanto; entonces, las ondas difusivas son un modelo apropiado de propagación de ondas de inundación. Complementan muy bien a las ondas cinemáticas, aunque encuentran su mejor aplicación en los casos en que la difusión de las ondas es apreciable, forzando la necesidad de su cálculo. Sin embargo, surge el siguiente problema: Los modelos numéricos de ondas cinemáticas convencionales muestran de hecho cierta cantidad de difusión. Esta difusión es artificial y no está relacionada con la difusión que se produciría si la onda fuera una onda difusiva real. Por lo tanto, el procedimiento es incierto en lo que respecta a la verdadera cantidad de difusión. La difusión artificial en cuestión, de hecho la *difusión numérica*, surge de la naturaleza intrínseca *discreta* de la malla de cálculo y la falta de convergencia asociada con este hecho.

La cuestión de cómo manejar mejor la difusión numérica ha sido resuelta por Cunge (1969), quien propuso una coincidencia de la difusión numérica del esquema mismo con la difusión física de la ecuación de la onda cinemática con difusión, es decir, la ecuación de la onda difusiva. Este desarrollo llevó al método Muskingum-Cunge de enrutamiento de inundaciones, una alternativa con base física al clásico método Muskingum (Ponce, 2014).

Ondas Dinámicas

Las ondas dinámicas clásicas son las de Lagrange (1788). Más recientemente, Fread (1985) y otros se han referido a las ondas cinemático-dinámicas mixtas como ondas "dinámicas", mientras que aquí nos referimos a ellas simplemente como ondas "mixtas". La confusión semántica es realmente desafortunada. En un intento de contribuir a solucionar el problema, aquí utilizamos el adjetivo "dinámica" para referirnos únicamente a las ondas de Lagrange.

Las ondas dinámicas presentan una celeridad de onda constante para el número de onda adimensional $\sigma_* \geq 100$ para la mayoría de los números de Froude, y $\sigma_* \geq 1000$ para todos los números de Froude (Fig. 1). Esto significa de manera concluyente, como en el caso de las ondas cinemáticas, que las ondas dinámicas de Lagrange no están sujetas a difusión.

Está claro que las ondas dinámicas de Lagrange no son las típicas ondas de inundación. Su tamaño es demasiado pequeño para constituir un verdadero riesgo. Su aplicación se limita a la propagación de ondas cortas en canales de irrigación y fuerza

eléctrica, en los cuales la escala de la perturbación es tal que típicamente la onda puede percibirse a simple vista. A diferencia de las ondas de inundación, que son ondas de masa que presentan una sola onda que viaja aguas abajo, las ondas dinámicas clásicas son ondas de energía, que presentan dos ondas que viajan en direcciones opuestas en flujo subcrítico, y en una sola dirección, aguas abajo, en flujo supercrítico.

Ondas Mixtas

En esta sección tratamos el otro tipo de onda que queda: La onda cinemática-dinámica mixta, para abreviar, la onda "mixta" del flujo no permanente en canales abiertos. Dado que, por definición, esta onda presenta componentes tanto cinemáticos como dinámicos en cantidades comparables, se concluye que debe ser fuertemente difusiva.

La respuesta a esta pregunta es ¡Claro que sí! De hecho, la onda cinemático-dinámica mixta es *muy fuertemente difusiva*. Es más: ¡Es la más difusiva de todas las ondas consideradas en este trabajo! Ante este hecho, la pregunta que persiste es la de si la onda mixta puede ser interpretada como una onda de inundación o no. Para responder con precisión, recurrimos una vez más al esclarecedor trabajo de Ponce y Simons (1977) y a su cálculo analítico de las funciones de celeridad y atenuación para todo tipo de ondas en aguas poco profundas. Las cantidades de atenuación de las ondas calculadas por Ponce y Simons se representan en la Fig. 2 y se complementan con la Tabla 2.

Aclaremos que el decremento logarítmico δ define la cantidad de atenuación de la onda (la reducción en la amplitud A) experimentada por una perturbación sinusoidal en el tiempo transcurrido desde el tiempo $t = 0$ hasta $t = 1$, es decir, transcurrido un período de propagación. En otras palabras: $A_1 = A_0 e^{\delta}$. Por lo tanto, el decremento logarítmico es una forma conveniente de analizar y comparar las cantidades de atenuación de los diversos tipos y escala de ondas.

Dentro del rango σ_* mostrado en la Fig. 2, para flujos subcríticos ($F < 1$), para los cuales la atenuación es más fuerte (mayores valores de δ), se ve que el decremento logarítmico varía desde un mínimo de $\delta = 0,0021$ para $\sigma_* = 0,001$ (Tabla 2, Línea 1), hasta un máximo (un valor pico) de $\delta = 180$ para $\sigma_* = 90$ (Tabla 2, Línea 6).

La Tabla 2, Línea 0 muestra una cantidad muy pequeña de atenuación de onda, 0,02% o 0,0002, asociada con un valor muy bajo de decremento logarítmico $\delta = 0,00021$ correspondiente a $\sigma_* = 0,0001$, el cual se encuentra fuera del rango desplegado en la Fig. 2.

La Tabla 2, Línea 3a representa intencionalmente una atenuación de onda de 0,3 (Col. 4), es decir, una caída del 30% de la amplitud de la onda, un valor umbral considerado como la división entre las ondas difusivas (menor o igual al 30% de atenuación) y las ondas mixtas (más del 30% de atenuación) (Natural Environment Research Council, 1975). Este umbral corresponde a un valor de $\sigma_* = 0,17$.

La Tabla 2, Línea 4a representa intencionalmente una atenuación de onda de 0,99 (Col. 4), es decir, una caída del 99% de la amplitud de la onda, ¡un valor de atenuación que casi borra la onda por completo! Esta cantidad de atenuación corresponde a un valor de $\sigma_* = 2$.

La Tabla 2, Línea 5a representa intencionalmente una atenuación de onda de 1,0 (Col. 4), es decir, una caída del 100 % de la amplitud de la onda, ¡un valor de atenuación que borra la onda por completo! Esta cantidad de atenuación corresponde a un valor de $\sigma_* = 90$.

En la Tabla 2, Col. 6 se muestran los tipos de onda indicados, desde la onda cinemática, con atenuación muy pequeña (0,0002), hasta la onda difusiva, con atenuación pequeña a media (0,0021 a 0,1894), hasta la onda mixta, con atenuación grande a muy grande (0,3 a 0,9999). En la Tabla 2, las Líneas 5 y 5a representan una onda inexistente; la onda ha desaparecido por completo y su masa ha pasado a formar parte del flujo subyacente.

Dado que la atenuación de la onda es $A = (1 - e^{\delta})$ (Tabla 2, Col. 5), los resultados de la Tabla 2 conducen a los siguientes tipos de ondas y sus rangos correspondientes:

- **Ondas cinemáticas:** $\sigma_* \leq 0,001$; $A \leq 0,0021$
- **Ondas difusivas:** $0,001 < \sigma_* \leq 0,17$; $0,0021 \leq A \leq 0,3$
- **Ondas mixtas:** $0,17 < \sigma_* \leq 2$; $0,3 \leq A \leq 0,99$
- **Ondas inexistentes:** $\sigma_* > 2$; $A = 1$.

Concluimos que la mayoría, si no todas, las ondas mixtas habrían perdido efectivamente toda su fuerza en la mayoría de los casos de interés práctico. Estas ondas pierden su fuerza rápidamente debido a su naturaleza altamente difusiva, esta última debido a la competencia entre términos cinemáticos y dinámicos (léase fuerzas) comparables en tamaño. De ello se deduce que las ondas mixtas carecen de una propiedad básica de una onda de inundación, a saber, su permanencia, que se caracteriza por una atenuación (difusión) leve o muy leve. Por lo tanto, es aparente que, en general, las ondas mixtas no pueden interpretarse como ondas de inundación.

Onda de Inundación por Rotura de Presa

Toda regla tiene una excepción. En la sección anterior, presentamos una justificación matemática elaborada de por qué la onda mixta no es probable que se aplique al caso de una inundación general, es decir, una que está sujeta a muy poca o ninguna atenuación. Sin embargo, existe una onda de inundación en particular que puede difundirse apreciablemente. Éste es el caso de una onda de inundación causada por la rotura de una presa.

Normalmente, la onda de inundación producida por la ruptura de una presa de tierra dura aproximadamente 3 horas, lo cual la hace un candidato seguro para una fuerte difusión de la onda. Un ejemplo de ello: De 24 fallas de represas en los Estados Unidos documentadas por Taher-Shamsi *et al.* (2003), 17 de ellos fallaron en 3 horas o menos.

Estas ondas de inundación (Fig. 3) tienden a caer en la categoría de ondas mixtas o, como mínimo, ser una onda de difusión fuertemente difusiva, con una atenuación $A \approx 0,3$ (consulte la Tabla 2, Línea 3a). Afortunadamente, los casos de rotura de presas son raros.

Tabla 2. Cantidades de atenuación de onda en el espectro de números de onda adimensionales ($\sigma_* \leq 90$).

[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]
No.	Número de onda adimensional σ_*	Decremento logarítmico δ	e^δ	Atenuación $A = (1 - e^\delta)$	Tipo de onda
0	0,0001	0,00021	0,9998	0,0002	Cinemática
1	0,001	0,0021	0,9979	0,0021	Cinemática a difusiva
2	0,01	0,021	0,9792	0,0208	Difusiva
3	0,1	0,21	0,8106	0,1894	Difusiva
3a	0,17	0,357	0,7	0,3	Difusiva a mixta
4	1	2,1	0,1224	0,8776	Mixta
4a	2	4,6	0,01	0,99	Mixta
5	10	21	0	1	No existente
5a	90	180	0	1	No existente



Figura 3.- Falla de la presa Teton, en el río Teton, al este de Idaho, el 5 de junio de 1976. Posiblemente se trate de un caso raro de una onda cinemático-dinámica mixta.

Análisis y Conclusiones

Hemos analizado las propiedades de celeridad y atenuación de varios tipos de ondas de aguas poco profundas actualmente utilizadas en ingeniería hidráulica: (1) cinemáticas, (2) difusivas, (3) mixtas, y (4) dinámicas. Las ondas cinemáticas son masivas (léase "grandes") y de hecho no difusivas. Las ondas difusivas son masivas y difusivas. Las ondas mixtas son de tamaño relativamente mediano (véanse las Figs. 1 y 2) y se puede demostrar que son fuertemente difusivas, mientras que las ondas dinámicas de Lagrange son pequeñas y no difusivas. Los dos primeros tipos de ondas, cinemáticas y difusivas, debido a su gran tamaño y su demostrada permanencia, pueden interpretarse como ondas típicas de inundación. El cuarto tipo, la onda dinámica de Lagrange, es usualmente demasiado pequeña para ser considerada una onda de inundación.

Hemos tratado de responder a la pregunta de si la onda mixta es generalmente demasiado difusiva para ser considerada una onda de inundación práctica. La respuesta es ¡Sí! En la gran mayoría de los casos, es posible que las ondas mixtas no estén ahí para que las calculemos. Su típico tamaño mediano les obliga a atenuarse muy rápidamente, y su masa se une eventualmente a la onda cinemática o difusiva subyacente, la cual continúa creciendo tanto en tamaño como en permanencia a medida que se propaga aguas abajo.

Téngase en cuenta que sólo en el caso extremadamente inusual de una onda de inundación que resulte de la rotura de una presa podríamos enfrentarnos al caso de una onda mixta. Una onda de inundación que rompe una presa es característicamente repentina, preparada por la Naturaleza para constituir una onda mixta, un tipo inusual de onda de inundación [La experiencia de la falla de la presa de Teton (Fig. 3) es un ejemplo de ello]. Los profesionales encargados de pronosticar o pronosticar retrospectivamente una ola de inundación tras la rotura de una presa estarían interesados en tener esto en cuenta. Para todas las demás aplicaciones de enrutamiento de ondas de inundaciones, las ondas cinemáticas y difusivas deben hacer el trabajo de manera directa y precisa.

En particular, dado que una onda difusiva en realidad calculará la difusión, incluido el caso de difusión cero, se deduce que la solución de una onda difusiva abarca la solución de una onda cinemática. Por lo tanto, la onda difusiva se postula como la onda de inundación recomendada, es decir, el tipo de onda

generalmente indicada para su uso en aplicaciones prácticas de enrutamiento, y otras aplicaciones en análisis y diseño.

En general, las ondas cinemático-dinámicas mixtas, aquí denominadas simplemente "ondas mixtas", y que en otros lugares se han denominado ampliamente, postulamos aquí, de manera inexacta, "ondas dinámicas", de hecho no son lo suficientemente grandes ni lo suficientemente permanentes como para constituir verdaderas ondas de inundación. Un exhaustivo conjunto de teoría y experiencia confirma este hecho. Por otro lado, las ondas cinemáticas y sus primas cercanas, las ondas difusivas, suelen presentar una gran masa y son característicamente no difusivas, es decir, no se atenúan, o se atenúan sólo una cantidad muy pequeña; por lo tanto, tienden a ser modelos ideales de ondas de inundación. Dado que la solución numérica de una onda difusiva generalmente comprende la de una onda cinemática, la onda difusiva puede considerarse como la forma más apropiada de modelar ondas de inundación.

Referencias

Chow, V. T. 1959. *Open-channel hydraulics*. McGraw-Hill, New York, NY.

Cunge, J. A. 1969. On the Subject of a Flood Propagation Computation Method (Muskingum Method). *Journal of Hydraulic Research*, 7(2), 205-230.

Fread, D. L. 1985. "Channel Routing," en *Hydrological Forecasting*, M. G. Anderson y T. P. Burt, eds., Wiley, New York.

Hayami, I. 1951. On the propagation of flood waves. *Bulletin, Disaster Prevention Research Institute*, No. 1, Diciembre.

Lagrange, J. L. de. 1788. *Mécanique analytique*, Paris, part 2, section II, article 2, 192.

Lighthill, M. J. y G. B. Whitham. 1955. On kinematic waves. I. Flood movement in long rivers. *Proceedings, Royal Society of London, Series A*, 229, 281-316.

McCarthy, G. T. 1938. "The Unit Hydrograph and Flood Routing," unpublished manuscript, presented at a Conference of the North Atlantic Division, U.S. Army Corps of Engineers, June 24. (Citado por el texto de V. T. Chow "Open-channel Hydraulics," página 607).

Natural Environment Research Council. 1975. *Flood Studies Report*, Vol. III: Flood Routing Studies, Londres, Inglaterra.

Ponce, V. M. y D. B. Simons. 1977. Shallow wave propagation in open channel flow. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 103(12), 1461-1476.

Ponce, V. M. y D. Windingland. 1985. Kinematic shock: Sensitivity analysis. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 111(4), April, 600-611.

Ponce, V. M. 1995. Hydrologic and environmental impact of the Parana-Paraguay waterway on the Pantanal of Mato Grosso, Brazil.

https://ponce.sdsu.edu/hydrologic_and_environmental_impact_of_the_parana_paraguay_waterway.html

Ponce, V. M. 2014. Engineering Hydrology: Principles and Practices. Texto en línea.

<https://ton.sdsu.edu/enghydro/index.html>

Seddon, J. A. 1900. River Hydraulics. *Transactions, American Society of Civil Engineers*, Vol. XLIII, 179-243, Junio; Extracto: páginas 218-223.

Taher-Shamsi, A., A. V. Shetty, y V. M. Ponce. 2003. Embankment dam breaching: Geometry and peak outflow characteristics. Documento en línea. En Español: https://ponce.sdsu.edu/geometria_y_caracteristicas_del_caudal_pico_de_salida.html

Wylie, C. R. 1966. *Advanced Engineering Mathematics*, 3rd ed., McGraw-Hill Book Co., Nueva York.